

---

# Reconnaissance de symboles à partir d'une signature structurelle flexible et d'un classifieur de type treillis de Galois

Mickaël Coustaty — Stéphanie Guillas — Muriel Visani — Karel Bertet — Jean-Marc Ogier

L3I, Université de La Rochelle, av M. Crépeau, 17042 La Rochelle Cedex 1, France  
<http://www.univ-lr.fr/l3i>

---

*RÉSUMÉ.* Dans cet article nous proposons une nouvelle approche pour la reconnaissance de symboles bruités utilisant une signature structurelle et un treillis de Galois comme classifieur. La signature structurelle est basée sur des graphes topologiques calculés à partir de segments extraits des images de symboles par une adaptation de la transformée de Hough aux images de symboles. Les signatures ainsi construites caractérisent les relations entre segments et portent des informations de haut niveau, ce qui leur confère une certaine robustesse vis-à-vis de certaines transformations. Les symboles ainsi caractérisés sont classés en utilisant un treillis de Galois (ou treillis des concepts) comme classifieur, car ce classifieur a montré sa robustesse vis-à-vis de bruits. Les performances de l'approche proposée ont été évaluées sur la base de symboles de GRECO3 et les résultats obtenus sont encourageants, en particulier en ce qui concerne la robustesse de notre méthode vis-à-vis de la présence de bruit.

*ABSTRACT.* In this paper, we propose a new approach for symbol recognition using structural signatures and a Galois Lattice as classifier. The structural signatures are based on topological graphs computed from segments which are extracted from the symbol images by using an adapted Hough transform. These structural signatures, that can be seen as dynamic paths which carry high level information, are robust towards various transformations. They are classified by using a Galois Lattice as a classifier. The performances of the proposed approach are evaluated on the GRECO3 symbol database and the experimental results we obtain are encouraging. In particular, these results show the robustness of our approach towards noise.

*MOTS-CLÉS :* Reconnaissance de symboles, treillis de Galois, signature structurelle, transformée de Hough, relations topologiques.

*KEYWORDS:* Symbol Recognition, Concept Lattice, Structural Signature, Hough Transform, Topological Relation.

---

## 1. Introduction

### 1.1. Positionnement général du problème

Cet article traite du problème de reconnaissance de symboles. Dans la littérature, très abondante dans ce domaine (par exemple Tombre *et al.* (2003), Dosch *et al.* (2004), Luqman *et al.* (2009) ou Rusiñol *et al.* (2009a)), la reconnaissance de symboles est souvent définie, comme la plupart des tâches de reconnaissance des formes, comme un processus en deux étapes : l'extraction de signatures et la classification.

Comme le mentionne Belkasim *et al.* (1991) dans ses travaux de synthèse, les signatures représentent un caractère fondamental dans un processus de reconnaissance de formes. Un très grand nombre de signatures ont été proposées dans la littérature; voir Adam (2001), Tabbone *et al.* (2003), Wenyin *et al.* (2006), Zuwala (2006) ou encore Rusiñol *et al.* (2009b) pour un état de l'art. On distingue principalement deux types de signatures : les signatures *statistiques* et les signatures *structurelles*.

La plupart des signatures statistiques utilisent la distribution radiométrique des pixels et sont généralement couplées à des classifieurs probabilistes ou connexionnistes. Les approches syntaxiques et structurelles sont, quant à elles, généralement basées sur la caractérisation de relations spatiales entre des *primitives élémentaires* extraites à partir de l'image des symboles et sur les relations spatiales et/ou topologiques qui les lient et la classification se fait généralement à l'aide de graphes ou d'approches syntaxiques.

Cet article fait suite aux travaux présentés par Guillas *et al.* (2005), qui décrivaient des symboles par une approche statistique. Les symboles, du fait de leur caractère très structuré et organisé, se prêtent particulièrement à une description par signature structurelle, nouvelle avancée vers une recherche de symboles en contexte. De plus, la méthode proposée présente comme intérêt majeur son aptitude à décrire les objets à partir de très peu d'exemples en apprentissage, ce qui représente une caractéristique complexe, mais de plus en plus fréquente dans les environnements d'indexation actuels. Nous montrerons également par la suite la complémentarité entre les approches statistiques et structurelles. Tout d'abord, nous proposons dans la suite de cette partie introductive une synthèse des approches structurelles de la littérature.

### 1.2. Approches structurelles : Un état des lieux

Les approches structurelles sont généralement basées sur une description de l'agencement de primitives élémentaires. On appelle primitive élémentaire ou primitive graphique toute structure élémentaire qui contribue à la formation du symbole et qui, par combinaison avec d'autres, permet de représenter le symbole. Une signature structurelle peut décrire, soit un ensemble de primitives, soit un ensemble de relations topologiques entre primitives (jonctions, parallélisme, ...), ou bien encore les deux à la fois. Les signatures structurelles sont souvent issues de graphes relationnels (cf. Delalandre *et al.* (2005), Wenyin *et al.* (2006), Deruyver *et al.* (2006), Zuwala *et al.*

(2006), Marinai *et al.* (2009), Rusiñol *et al.* (2009a)) où les nœuds du graphe sont les primitives graphiques, et les arcs du graphe sont les relations topologiques entre ces primitives. Selon les éléments intégrés dans la signature structurelle, la description de l'objet graphique obtenue peut être plus ou moins élaborée, suivant la richesse des attributs décrivant les primitives et leurs relations spatiales. Le caractère extrêmement organisé et structuré des symboles rend ces objets graphiques particulièrement adaptés aux problématiques de reconnaissance structurelle *cf.* Figure 7.

Les méthodes de reconnaissance basées sur l'utilisation de signatures structurelles sont essentiellement limitées par le caractère NP-complet des isomorphismes entre graphes qui impliquent souvent d'introduire des heuristiques pour élaguer les graphes inexacts. Outre les graphes, il existe aussi des approches syntaxiques basées sur l'utilisation de grammaires qui modélisent la construction des éléments complexes de manière hiérarchique, à partir des éléments de base (Sánchez *et al.*, 2003).

Cet article présente une contribution intégrant une nouvelle signature structurelle, couplée à l'exploitation originale des treillis de Galois dans le processus de décision. L'utilisation combinée de signatures statistiques et d'un treillis de Galois (également appelé treillis des concepts *cf.* (Ganter *et al.*, 1999)) a été introduite dans (Guillas *et al.*, 2006) et a montré la robustesse du treillis de Galois vis-à-vis de bruits dans le contexte de la reconnaissance de symboles. La signature structurelle proposée, inspirée des travaux de (Geibel *et al.*, 2002), est basée sur l'identification de chemins (*ie.* de formes) obtenus à partir de relations topologiques et est particulièrement adaptée au contexte particulier des symboles, qui sont des objets graphiques fortement structurés.

L'article est organisé comme suit : la section 2 décrit le calcul de la signature structurelle, la section 3 introduit la classification par treillis de Galois, la section 4 présente des résultats expérimentaux et enfin la section 5 propose une conclusion et présente les perspectives de travaux futurs.

## 2. Calcul de la signature structurelle

Nous caractérisons la structure des symboles en décrivant l'agencement relatif entre les primitives élémentaires constituant les symboles. Considérant le caractère extrêmement linéaire des symboles de la base internationale de référence GREC (2003), nous avons choisi, dans un premier temps, de restreindre les primitives élémentaires aux segments qui sont extraits à l'aide d'une transformée de Hough; la Straight Line Hough Transform (SLHT) décrite en 2.1. Toutefois, nous verrons que cette restriction ne remet nullement en cause la généralité de la démarche, et que d'autres primitives pourront être intégrées dans un futur proche. C'est en particulier le cas pour les symboles qui comportent des arcs de cercles pour lesquels les seules adaptations nécessaires concerneront la description des relations topologiques entre arcs de cercles d'une part et entre arcs de cercles et segments d'autre part. Les travaux de Wenyin *et al.* (2006) et Lamiroy *et al.* (2009) constitueront une bonne base pour cette problématique. Ainsi dans notre contexte, pour chaque symbole, un graphe topologique et

canonique est calculé à partir de ces segments. La construction de ce graphe canonique est décrite en 2.2. Enfin, les signatures, décrites en 2.3, sont construites sur la base de ces graphes topologiques.

### 2.1. *Extraction des segments - Straight Line Hough Transform*

Les symboles que nous considérons dans cet article sont ceux de la base de référence internationale GREC (2003). Cette base a été constituée pour servir de références aux comparaisons algorithmiques de la communauté internationale. Ces symboles sont principalement composés d'objets linéaires (des segments) et sont bruités additivement. Nous nous sommes donc basés sur une extraction par transformée de Hough que nous avons adapté (SLHT) pour extraire des segments. Notre système repose sur un processus qui permet d'extraire les segments de longueur maximale constituant les symboles en quatre étapes classiques : sélection des points caractéristiques, transformée de Hough, détection de pics et extraction de segments.

Nous avons adapté la SLHT pour détecter précisément les bornes des segments de droite composant le symbole, contrairement aux approches classiques qui renvoient la droite portant le segment (Guillas *et al.* (2005)).

### 2.2. *Calcul du graphe topologique*

Une fois les segments extraits, nous caractérisons les relations entre ces segments et construisons un graphe de ces relations, suivant le même esprit que Etemadi *et al.* (1991), Iqbal *et al.* (2002), Dosch *et al.* (2004), Rusiñol *et al.* (2006) ou ?. Dans notre cas, chaque relation est décrite par un triplet topologique qui permet de réunir trois informations pour une paire de segments : le type de la relation, une valeur scalaire et une longueur relative. Il est important de préciser que le choix du type de relation est unique car les segments extraits par la transformée de Hough sont maximaux. En effet, comme un segment maximal englobe tous les sous-segments qui le composent, deux segments qui s'intersectent ne pourront pas être vus comme quatre sous-segments connectés (sauf en présence d'un bruit engendrant une distorsion vectorielle dans l'image initiale, cas sur lequel nous reviendrons en partie 2.3.2).

Ces relations bilatérales entre segments pris deux à deux permettront la construction d'une signature globale, particulièrement riche, utile pour la reconnaissance.

#### 2.2.1. *Description*

Une fois les segments extraits, chaque relation topologique entre paires de segments  $(s, s')$  est décrite par le triplet d'information :

$$(s, s') = \langle T, V, L \rangle \quad [1]$$

où T est le type de relation, V est la valeur associée à la relation et L la longueur relative.

– **Type de relation** : Nous utilisons les cinq types de relations illustrées par la Figure. 1 et que l'on retrouve classiquement dans la littérature, à savoir les types de relations X, Y, V, P, O.



**Figure 1.** Les différents types de relations considérés (X, Y, V, P = Parallèles, O = Autres)

– **Valeurs de relation** : Chaque relation est qualifiée par une valeur scalaire visant à décrire plus précisément les relations topologiques entre les segments. Dans le cas des relations X, Y, V et O on utilise l'angle minimum entre les segments tandis que dans le cas d'une relation de type P on utilise la distance entre les segments.

– **Longueur relative** : Le dernier élément de chaque triplet est constitué du rapport entre la longueur du plus long segment et celle du plus court segment de chaque paire.

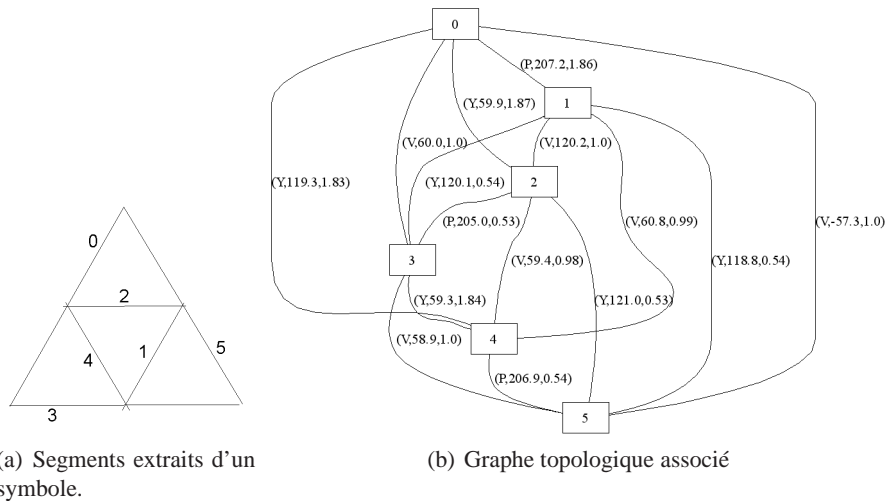
Chaque symbole est alors caractérisé par un ensemble de triplets décrivant pleinement l'organisation structurelle qui caractérise un symbole. En effet, les types de relations (cf. Figure 1) différencient par exemple une croix (deux segments reliés par jonction X) d'un losange (quatre segments reliés par jonctions V). La valeur associée à chaque relation permet de différencier un losange d'un rectangle (jonction perpendiculaire ou non), tandis que la longueur relative permet de différencier un rectangle d'un carré (segments de même longueur ou non).

On obtient ainsi pour chaque symbole un graphe topologique où les nœuds sont les segments et les arcs sont les triplets. étant donné que, de par l'utilisation du type de relation O, toutes les paires de segments sont liées par une relation, ce graphe est complet. Des restrictions sont bien sûr envisageables. A une représentation graphique de ce graphe (voir Figure 2(b)), nous préférons par la suite une représentation par matrice d'adjacence (Tableau 1).

	0	1	2	3	4	5
0		P	Y	V	Y	V
1	P		V	Y	V	Y
2	Y	V		P	V	Y
3	V	Y	P		Y	V
4	Y	V	V	Y		P
5	V	Y	Y	V	P	

**Tableau 1.** Représentation du graphe de la figure 2(a) par sa matrice d'adjacence, où seul le type de chaque triplet est ici spécifié.

L'utilisation du graphe topologique des triplets offre les avantages suivants:



**Figure 2.** Exemple d'extraction de segments et graphe topologique associé.

+ La relation entre chaque paire de segments est décrite par un unique triplet car les segments sont maximaux;

+ Cette description est invariante à la rotation, au changement d'échelle et à la symétrie;

+ Chaque symbole est caractérisé par un graphe topologique complet. De plus, ce graphe est unique puisqu'à un même symbole, même bruité (en l'absence de distorsion vectorielle) on ne peut associer qu'une seule et même représentation par graphe topologique. A partir de ce graphe on peut donc reconstruire la structure (ou topologie) des segments, aux invariants près.

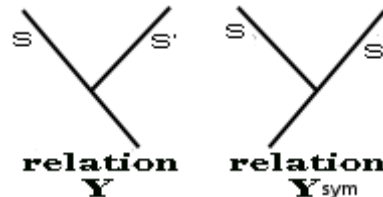
Cependant, on peut relever quelques limites à cette représentation :

- Elle ne prend pas en compte les arcs de cercles, mais cet aspect ne remet pas en cause la généralité de l'approche ;

- Elle est unique, mais pas forcément discriminante au sens où deux symboles différents peuvent partager une même description (c'est par exemple le cas de notre signature lorsque seule la présence ou l'absence d'un arc de cercle différencie deux symboles), d'où l'importance de considérer un ensemble de primitives suffisamment raffiné pour décrire les symboles ;

- Sa taille est importante:  $n^2$  triplets (i.e. relations du graphe), où  $n$  correspond au nombre de segments, sont nécessaires pour caractériser un symbole. On peut également noter que l'invariance à la symétrie ne pose pas problème pour les symboles que nous avons considérés. Cette invariance provient de la définition du type de relation Y (par exemple en Figure 2 les relations entre les segments 0 et 2 d'une part et 2 et 5 d'autre part sont toutes deux de type Y). Dans le cas où cette invariance s'avèrerait problématique il nous faudrait alors rajouter un sixième type de relation qui serait le

symétrique axial de la relation Y (selon un axe vertical - voir Figure. 3).



**Figure 3.** Exemple de nouvelle relation pour palier aux problèmes de symétries.

### 2.2.2. Réduction de l'espace d'analyse

La variabilité de représentation des symboles, notamment en fonction de la nature des bruits susceptibles de les modifier, conduisent à réfléchir à une manière de synthétiser l'information par réduction de l'espace d'analyse.

Deux réductions de l'espace d'analyse sont envisageables. La première porte sur une réduction de l'ensemble des triplets possibles. La seconde porte sur une réduction du nombre de triplets.

**Réduction des triplets possibles.** Le fait de considérer les valeurs et les longueurs relatives des triplets comme des attributs quantitatifs engendreraient une trop grande complexité lors de la reconnaissance, c'est pourquoi nous restreignons par discrétisation ces deux attributs à des attributs qualitatifs, passant ainsi d'une infinité de valeurs possibles à  $m$  modalités. Une analyse statistique préalable menée sur les triplets nous a permis de discrétiser l'ensemble des valeurs possibles pour les angles des jonctions X, Y et V en 4 groupes:  $\{30^\circ, 45^\circ, 60^\circ \text{ et } 90^\circ\}$  (avec une stratégie d'affectation au groupe le plus proche). Les distances entre segments parallèles ont également été discrétisées (algorithme « equal-frequency ») en trois groupes : colinéaires (distance inférieure à 1% de la taille du symbole), proches (distance comprise entre 1 et 50% de la taille du symbole) et éloignés (distance supérieure à 50% de la taille du symbole). Les longueurs relatives, quant à elles, peuvent être séparées en trois groupes {égales, globalement proches ou très différentes} déterminés relativement à la taille du symbole. Ainsi, deux segments avec une même relation mais une valeur légèrement différente seront catégorisés dans la même classe suite à la discrétisation, ce qui permet une certaine variabilité entre les symboles d'une même classe et confère à notre approche une certaine robustesse. Un autre type de restriction pourrait être de ne considérer que le singleton « type de relation » (ou l'un des couples  $\langle T, V \rangle$  ou  $\langle T, L \rangle$ ).

**Réduction du nombre de triplets.** Un autre moyen de simplifier l'analyse ultérieure des graphes est de supprimer des arcs, et donc des triplets. On peut pour cela limiter les types de relations considérés. Par exemple, il est envisageable de ne

conserver que les relations de connexion entre segments (X, Y et V), ou encore de supprimer la relation O.

Il est également envisageable de ne considérer que les triplets entre segments voisins. Le graphe obtenu sera alors un graphe de voisinage. Il existe plusieurs graphes de voisinage dans la littérature (El Sayed *et al.*, 2006) (graphe de Gabriel, triangulation de Delaunay, graphe des plus proches voisins ou encore arbre couvrant minimal, ...) qui tous nécessitent de définir une distance entre segments.

### 2.3. Calcul de la signature structurelle

La littérature est riche en terme de description de symboles à partir de signatures structurelles (cf. Delalandre *et al.* (2005), Wenyin *et al.* (2006), Deruyver *et al.* (2006), Zuwala *et al.* (2006), Marinai *et al.* (2009), Rusiñol *et al.* (2009a)). La majeure partie d'entre elles s'appuient sur une description de formes à base de graphes, ce qui génère d'importantes difficultés algorithmiques pour la reconnaissance, souvent liées aux calculs d'isomorphismes de graphes. Certaines références récentes tentent d'ailleurs de projeter le graphe dans un espace à  $n$  dimensions afin de se ramener à des métriques plus classiques (graph probing : Raveaux *et al.* (2007), Lopresti *et al.* (2003) et Bunke (2009)). Afin d'apporter une réponse fondamentale à ces problématiques, la signature structurelle que nous proposons est basée sur un calcul de chemins du graphe, similaire à celle présentée par Geibel *et al.* (1996) dans un autre contexte. Cette approche consiste à caractériser un graphe par les fréquences d'apparition de chemins de différentes longueurs observables au sein du graphe. La signature ainsi obtenue s'apparente à un « sac de chemins » ou encore à un « histogramme de chemins ».

#### 2.3.1. Description de la méthode développée

La longueur d'un chemin entre deux sommets est définie par le nombre de relations (triplets) composant ce chemin. Par exemple, dans la Figure 2(b), passer par le sommet 2 pour aller du sommet 0 au sommet 5 constitue un chemin de longueur 2 (notons qu'un chemin de longueur 1 lie également ces deux sommets).

En théorie des graphes, une approche classique pour calculer les chemins d'un graphe consiste à calculer des puissances de sa matrice d'adjacence, c'est pourquoi la représentation par matrice d'adjacence sera ici préférée. Tandis que la matrice d'adjacence  $M$  intègre des informations sur les chemins de longueur 1,  $M^n$  décrit les chemins de longueur  $n$ . Cependant, les produits de matrice sont initialement définis pour des matrices booléennes et entières. L'information représentée par la matrice  $M^n$  indique alors la présence ou l'absence d'un chemin de longueur  $n$  entre deux sommets d'un graphe.

Dans notre cas, chaque arc du graphe topologique est décrit par un triplet pouvant être vu comme une chaîne de caractères si l'on utilise la réduction des triplets possibles présentée en page 7. Il est par conséquent possible d'obtenir une descrip-



tion précise d'un chemin du graphe en concaténant les triplets des arcs le composant. C'est pourquoi nous avons généralisé le produit matriciel usuel (voir Eq. 2) à l'union des concaténations de chaînes de caractères (voir Eq. 3) :

$$\forall (i, j) \in [0, L]^2, (A \times B)_{ij} = \sum_{k=1}^L (a_{ik} \times b_{kj}) \quad [2]$$

$$\forall (i, j) \in [0, L]^2; (A \times B)_{ij} = \left( \bigcup_{k=1}^L (a_{ik} + b_{kj}) \right) \quad [3]$$

où  $L$  est la taille de la matrice (*i.e.* le nombre de segments) et  $+$  est l'opérateur de concaténation de chaînes de caractères. Deux traitements spécifiques sont ensuite appliqués pour obtenir le produit de deux matrices d'adjacence :

- Restriction aux chemins élémentaires (*i.e.* ne passant pas deux fois par le même sommet) ;
- Factorisation des chemins symétriques. Par exemple, deux chemins différents mais symétriques POV et VOP seraient factorisés en  $2 \times \text{POV}$  ;
- Comptage du nombre d'occurrences de chaque type de chemin dans un même symbole.

	0	1	2	3	4	5
0		4YV	2PV 2YV	2PY 1YY 1VV	2PV 2YV	2PY 1YY 1VV
1	4YV		2PY 1VV 1YY	2PV 2VY	2PY 1VV 1YY	2PV 2VY
2	2PV 2VY	2PY 1VV 1YY		4VY	1YY 1VV 2PY	2VY 2PV
3	2PY 1YY 1VV	2PV 2VY	4VY		2VY 2PV	1VV 1YY 2PY
4	1VY 1YV 2PV	1VV 1YY 2PY	1YY 1VV 2PY	2VY 2PV		4VY
5	1YY 1VV 2PY	2VY 2PV	2VY 2PV	1VV 1YY 2PY	4VY	

**Tableau 2.** Matrice  $M^2$  où  $M$  correspond à la matrice d'adjacence présentée au Tableau 1 restreinte au type de relation).

Le Tableau 2 représente la matrice d'adjacence élevée au carré grâce au produit matriciel ainsi défini. On peut alors remarquer que certains chemins sont présents plusieurs fois, que ce soit entre deux même sommets ou encore entre des sommets différents. On retrouve ainsi huit occurrences du chemin PV qui correspond à trois segments dont deux sont parallèles entre eux, et au moins l'un d'entre eux est connecté « en V » avec un troisième segment.

Le Tableau 3 synthétise, pour chaque chemin de longueur 1 ou de longueur 2 du symbole de l'exemple, son nombre d'occurrences. La signature structurelle que nous considérons est constituée du nombre d'occurrence de chacun des chemins possibles. Les longueurs des chemins varient de 1 jusqu'à une longueur fixée  $L$ , il est par conséquent nécessaire que soient calculées au préalable toutes les puissances de matrices de  $M^2$  jusqu'à  $M^L$ .

$T_C$	P	PV	PX	PY	V	VV	X	XV	XX	Y	YV	YX	YY
<i>Nb</i>	2	8	2	10	6	5	3	8	2	8	28	12	11

**Tableau 3.** Signature structurelle de la Figure 2(a) avec les chemins de longueur 1 et 2 où  $T_C$  représente le type de chemin (avec les seuls types pour chaque triplet) et *Nb* le nombre d'occurrence associé

### 2.3.2. Restrictions

Remarquons que plus la longueur d'un chemin augmente, plus la description de la forme s'affine. En contrepartie, la redondance d'information augmente. Comme le précise Rusiñol *et al.* (2006), les déformations affectent davantage, par propagation des erreurs, les chemins de longueur supérieure. Nous avons donc choisi de n'utiliser que les chemins de longueur inférieure ou égale à 4, qui contiennent l'information nécessaire concernant les formes des symboles. Ce choix repose sur l'observation des fréquences d'apparition de différents motifs dans nos symboles (triangles composés de chemins élémentaires de longueur 3, carrés composés de chemins élémentaires de longueur 4... ). L'étude de statistiques issues des formes des symboles a montré que ce choix est un juste compromis entre complexité et finesse de description.

De façon plus générale, il est possible d'envisager une méthode de réduction de dimensionnalité ou une technique de sélection appliquée soit globalement sur les longueurs de chemins à considérer (sélection des longueurs les plus discriminantes), soit localement sur les chemins eux-mêmes. Il est également envisageable de supprimer des chemins trop peu fréquents pour être représentatifs de la forme.

La signature structurelle ainsi obtenue est invariante en rotation, changement d'échelle et symétrie (nous avons cependant vu en partie 2.2.1 qu'il était possible de supprimer cette invariance). Nous pouvons également noter que le fait de passer d'un graphe à une signature numérique (composée du nombre d'occurrence de chacun des chemins) rend notre signature plus robuste, vis-à-vis d'éventuelles distorsions vectorielles, que la plupart des méthodes basées sur les graphes.

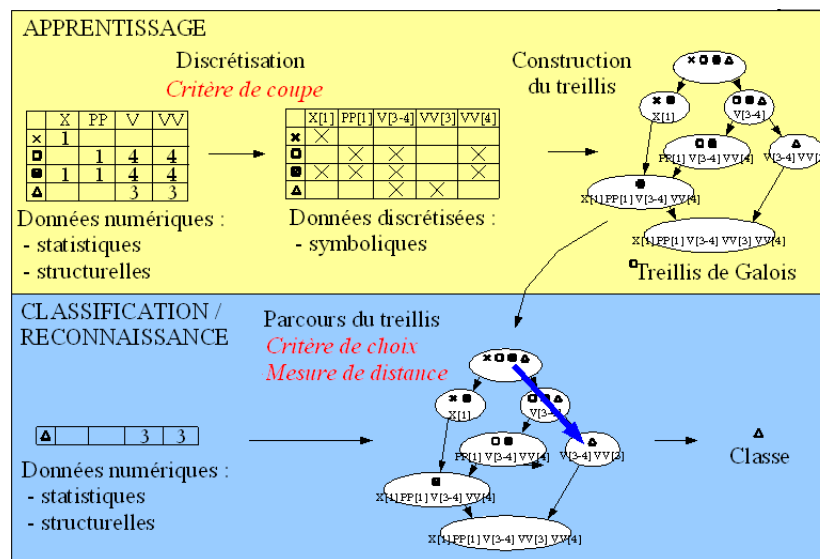
## 3. Classification par un treillis de Galois

Les méthodes de classification de signatures extraites d'images de symboles sont nombreuses, variées et dépendantes de la nature de la signature. Nous avons choisi une classification basée sur un treillis de Galois et plus particulièrement celle introduite dans (Guillas *et al.*, 2006), initialement utilisée conjointement avec des signatures statistiques, pour sa robustesse vis-à-vis du bruit.

Un *treillis de Galois* est un graphe dont les nœuds, appelés *concepts*, décrivent des combinaisons entre symboles et attributs. La structure de treillis a d'abord été définie de manière algébrique (Birkhoff, 1967), puis structurelle (Barbut *et al.*, 1970). Le domaine de l'*analyse formelle des concepts* (AFC) (Wille, 1982; Ganter *et al.*, 1999)

définit le treillis de Galois et fournit un cadre théorique à son utilisation en analyse de données. Depuis une vingtaine d'années, il fait l'objet de nombreux travaux et publications dans la littérature. Ces publications proposent notamment des applications dans les domaines de la fouille de données, de la visualisation des données et de la classification. Une étude réalisée par Mephu-Nguifo *et al.* (2005) montre tout l'intérêt d'utiliser le treillis en classification et décrit le fonctionnement de *méthodes orientées sélection*, où il s'agit d'utiliser ce graphe pour sélectionner des concepts pertinents de l'ensemble d'apprentissage, pour ensuite réaliser la classification le plus souvent par vote majoritaire à partir de ces concepts pertinents. Ces concepts sont issus d'une table discrétisée, obtenue après discrétisation des données initialement quantitatives.

Nous avons développé en 2005 une méthode de reconnaissance appelée NAVI-GALA (NAVIGATION into GALois LAttice), dédiée à la reconnaissance de symboles bruités (Guillas *et al.*, 2005) à partir de signatures statistiques. Elle se distingue des méthodes orientées sélection puisqu'elle utilise l'ensemble des concepts et arcs du treillis de Galois : la classification y est effectuée par une *navigation pas à pas* au sein du graphe. La figure 4 présente les différentes étapes composant la méthode NAVI-GALA. L'*apprentissage* comprend la discrétisation des données et la construction du treillis de Galois dans lequel les concepts incluant des objets provenant d'une unique classe sont étiquetés par la classe correspondante. La *reconnaissance* consiste à parcourir le graphe par validation d'attributs successive en partant de son sommet jusqu'à atteindre un concept étiqueté.



**Figure 4.** Description des étapes d'apprentissage et de classification de la méthode NAVI-GALA

Dans cette approche, la navigation au sein du treillis de Galois est similaire à celle utilisée pour une classification avec un arbre de décision où le symbole-requête progresse dans l'arbre par validation d'attributs. Cependant, dans le treillis de Galois, plusieurs possibilités de parcours sont proposées pour atteindre un même noeud du graphe, alors qu'il n'en existe qu'une seule avec un arbre de décision. Cette particularité du treillis de Galois est intéressante pour la reconnaissance de symboles bruités. En effet, le treillis propose ainsi davantage de scénarii de classification à exploiter et fournit une plus grande souplesse au traitement. Expérimentalement, nous avons en effet observé que le treillis de Galois est plus performant que l'arbre de décision en présence de bruit ((Guillas *et al.*, 2005)).

### 3.1. Apprentissage

Le treillis de Galois se construit à partir d'une table binaire de données définissant une relation entre objets et attributs. Lorsque les attributs de la signature sont quantitatifs, il est nécessaire de les transformer pour obtenir des données binaires. Cette transformation est effectuée par une *discrétisation* des données en intervalles (voir Tableau 4 pour un exemple dans notre contexte). La construction du treillis fera donc suite à une discrétisation des signatures en intervalles et une adaptation de ces intervalles stricts en intervalles flous.

	X[0]	X[1]	PP[0]	PP[1]	V[0]	V[3-12]	VV[0]	VV[3]	VV[4-12]
X		X	X		X		X		
□	X			X		X			X
▣		X		X		X			X
△	X		X			X		X	

**Tableau 4.** Exemple de table binaire utilisée pour la construction du treillis de Galois. On trouve dans ce tableau les chemins suivis du nombre d'occurrences de ces chemins (par exemple VV[4-12] signifie que le symbole contient entre 4 et 12 chemins de type VV).

#### 3.1.1. Discrétisation

Il s'agit d'appliquer de manière itérative un découpage des attributs pour obtenir des intervalles qui seront utilisés comme des attributs binaires caractérisant les objets. Ce découpage est réalisé au moyen d'un *critère de coupe* qui permet de sélectionner conjointement l'un des attributs de la signature et un point de coupe parmi l'ensemble des valeurs prises par cet attribut, et ce jusqu'à validation d'un *critère d'arrêt*. L'objectif est de séparer à chaque étape deux sous-ensembles d'attributs qui deviennent distinguables l'un de l'autre. Il existe de nombreux critères de coupe, qui peuvent être supervisés (c'est-à-dire que les coupes sont effectuées en tenant compte de l'information de classe, afin d'en optimiser la séparation), ou non supervisés. Nous utilisons un

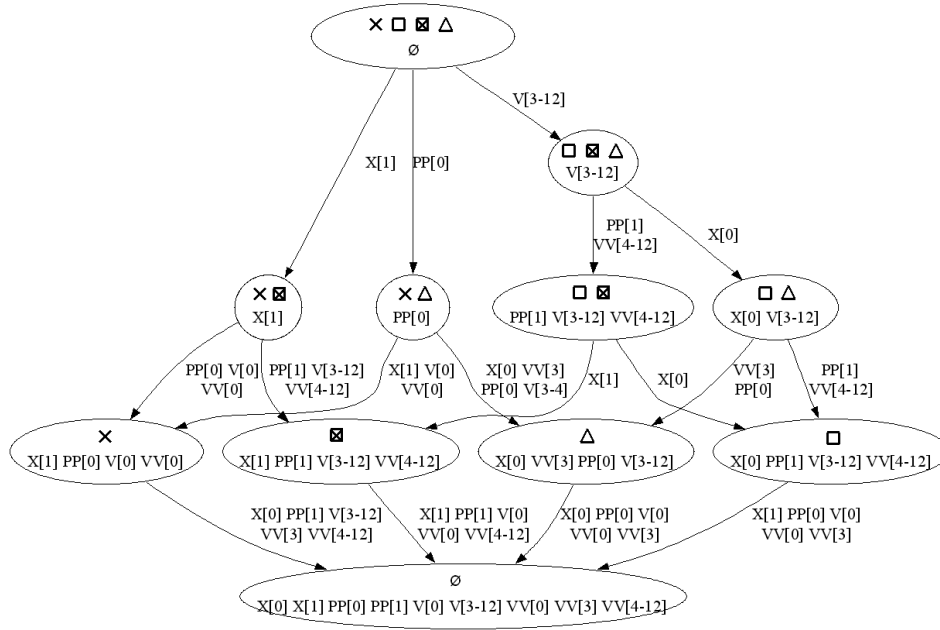


Figure 5. Exemple de treillis de Galois

critère d'arrêt basé sur la séparation des classes (on arrête la discrétisation lorsqu'aucune coupe ne permet plus de séparer deux exemples provenant de classes différentes). Remarquons qu'il sera parfois impossible de séparer deux classes, lorsque deux symboles de classes différentes ont des signatures trop similaires. Nous avons évalué différents critères de coupe : distance maximum, entropie et Hotelling. Les meilleurs résultats sont obtenus avec le critère de Hotelling (Hotelling, 1936), critère de coupe supervisé visant à maximiser la dispersion entre classes différentes tout en minimisant la dispersion à l'intérieur des classes. Le critère de Hotelling peut-être formulé par le gain suivant :

$$gain_H(v_j) = H(V) - \left( \frac{j}{n} H(v_1 \dots v_j) + \frac{n-j}{n} H(v_{j+1} \dots v_n) \right)$$

$$\text{avec } H(V) = \frac{VarInter(V)}{VarIntra(V)}$$

la mesure de Hotelling d'un intervalle  $V$  de  $n$  valeurs  $(v_i)_{i=1 \dots n}$  triées par ordre croissant, et  $v_j$  le point « candidat » comme point de coupe pour l'intervalle  $V$ .

On a :

$$VarInter(V) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{|c(V)|} n_k (g_k - g)^2$$

la mesure de la variance inter-classes et

$$VarIntra(V) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{|c(V)|} n_k \left( \sum_{i=1}^{n_k} (v_i^k - g_k)^2 \right)$$

la mesure de la variance intra-classe, avec  $n_k$  le nombre d'objets de la classe  $k$ ,  $g_k$  le centre de gravité de la classe  $k$ ,  $g$  le centre de gravité de  $V$ ,  $v_i^k$  le  $i$ -ème élément de la classe  $k$ , et  $|c(V)|$  le nombre de classes représenté dans l'intervalle  $V$ .

A l'issue de cette phase de discrétisation, les attributs n'ayant pas donné lieu à des découpes sont supprimés et n'apparaissent pas dans la table binaire, ce qui revient à effectuer une première sélection implicite d'attributs.

### 3.1.2. Construction des intervalles flous

Une fois les attributs discrétisés, nous obtenons des intervalles stricts, non tolérants aux variations que présentent les différents attributs (et donc relativement peu tolérants au bruit). Afin de pallier au caractère binaire de la discrétisation, et d'être plus robuste aux bruits, nous avons introduit la notion d'intervalles flous. Ceux-ci offrent davantage de souplesse dans la décision liée à la discrétisation. Pendant l'étape de classification, dans Navigala, chaque image-requête sera donc associée à l'ensemble des intervalles flous les plus proches dans l'espace des caractéristiques.

La distance  $d(x, V)$  entre une valeur  $x$  et un intervalle flou  $V$  se définit par:

$$d(x, V) = 1 - \mu(f_i, V)$$

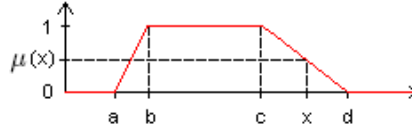
où  $\mu(x, V)$  désigne la *fonction d'appartenance* qui spécifie le degré d'appartenance de  $x$  à  $V$ . Cette fonction d'appartenance dépend de la construction de l'intervalle flou qui se décrit par un trapèze  $[a, b, c, d]$  avec  $[a, d]$  comme support et  $[b, c]$  comme noyau (Figure 6).

Nous avons choisi d'étendre un intervalle  $[b, c]$  en un intervalle flou en intégrant à la fois la distribution des valeurs dans l'intervalle et la distance avec les intervalles voisins :

$$a = b - \theta \times \min(d_{V-}, d(g, c))$$

$$d = c + \theta \times \min(d_{V+}, d(b, g))$$

où  $d_{V-}$  (resp.  $d_{V+}$ ) correspond à la distance avec l'intervalle précédent le plus proche (resp. l'intervalle suivant le plus proche) ;  $g$  correspond au centre de gravité des valeurs dans l'intervalle initial  $[b, c]$  et  $\theta$  est un paramètre flou. Puisque les caractéristiques non discrétisées ne sont pas sélectionnées, chaque intervalle possède au moins un intervalle voisin. Dans le cas particulier où l'intervalle ne possède qu'un unique voisin, la distance avec ce voisin est dupliquée (de manière à ce que  $d_{V-} = d_{V+}$ ).



**Figure 6.** Exemple de nombre flou

### 3.1.3. Construction du treillis de Galois

Un treillis de Galois est un graphe (voir Figure 5) qui représente toutes les combinaisons possibles entre *un ensemble d'objets*  $O$  et *un ensemble d'attributs*  $I$  en respectant la relation  $R$  donnée par la table binaire correspondante. Plus formellement, c'est un couple  $(A, B)$  avec  $A \subseteq O$ ,  $B \subseteq I$ ,  $f(A) = B$  et  $g(B) = A$  avec :  $f(A)$  l'ensemble des intervalles en relation avec les objets de  $A \subseteq O$  :

$$f(A) = \{x \in I \mid pRx \forall p \in A\}$$

et  $g(B)$  l'ensemble des objets associés aux intervalles de  $B \subseteq I$  :

$$g(B) = \{p \in O \mid pRx \forall x \in B\}$$

Les fonctions  $f$  et  $g$  ainsi définies entre objets et intervalles forment une *correspondance de Galois*.

Dans notre cas, les objets sont des symboles, et les attributs sont des intervalles caractérisant le nombre d'occurrences d'un chemin donné dans le symbole. Plus précisément, un treillis de Galois est composé d'un ensemble de *concepts* (combinaisons possibles entre objets et attributs) reliés par une relation possédant les propriétés d'un treillis. Un *concept* est un couple objets-intervalles en relation selon  $R$ .

Deux concepts  $(A, B)$  et  $(A', B')$  sont reliés si et seulement si  $B \subseteq B'$  (ce qui est équivalent à  $A \subseteq A'$ ). On peut remarquer que le concept minimal du treillis (représenté tout en haut du treillis dans la Figure 5) contient tous les objets  $O$  : il s'agit du concept  $(O, f(O) = \emptyset)$ . Notons que lorsque les attributs non sélectionnés lors de la discrétisation ne sont pas supprimés, ils sont partagés par tous les objets et se retrouvent dans  $f(O)$ . Dualelement, le concept maximal est  $(g(I), I)$ .

Parmi les nombreux algorithmes permettant de générer le treillis de Galois, citons ceux de Chein (1969), Norris (1978) (premier algorithme incrémental), Ganter (1984) (algorithme NextClosure), Bordat (1986), Godin *et al.* (1991) (proche de celui de Norris, incrémental), Carpineto *et al.* (1993) (algorithme incrémental), Stumme *et al.* (2002) (algorithme Titanic), Valtchev *et al.* (2002) et celui de Nourine *et al.* (1999) qui a la meilleure complexité théorique (complexité quadratique par élément du treillis).

Des études comparatives ont été réalisées par Godin *et al.* (1995), Kuznetsov *et al.* (2001) et Kuznetsov *et al.* (2002). Cette dernière compare plusieurs algorithmes de génération du treillis de Galois et sur un même jeu de données. Ces algorithmes ont une complexité polynomiale (au mieux quadratique dans Nourine *et al.* (1999)) par concept généré, et dépendent donc du nombre de concepts du treillis de Galois qui est bornée par  $2^{|O+I|}$  dans le pire des cas, et par  $|O + I|$  dans le meilleur des cas. Des études de complexité en moyenne sont extrêmement difficiles à mener, car le nombre de concepts dépend à la fois de la taille des données à classer, mais aussi de leur organisation et de leur diversité. Notons cependant que sa taille reste raisonnable en pratique, comme l'illustrent les expérimentations menées dans Mephu-Nguifo *et al.* (2005).

#### 3.1.4. *Étiquetage des concepts*

Dans le cas où la discrétisation a permis d'atteindre la séparation des classes, tous les objets d'un concept final appartiennent à une même classe. Chacun de ces concepts que l'on pourrait qualifier de « puits » sont donc étiquetés avec la classe correspondante. Dans le cas où la discrétisation ne permet pas d'atteindre séparation des classes, il existe des concepts finaux contenant des objets de classes différentes. On pourra alors prendre en compte la classe majoritaire du concept final, si elle existe. C'est à dire qu'on considère tous les objets présents dans le concept final et on lui attribue la classe la plus fréquente parmi les objets. Il est également possible de considérer un classement de type « rang  $n$  » en associant les  $n$  classes du concept final au symbole à reconnaître, en rangeant ces classes par ordre décroissant de fréquence d'occurrence.

L'apprentissage peut donc être vu comme un processus en quatre étapes, à savoir discrétisation des attributs, calcul des intervalles flous, construction du treillis et étiquetage des concepts. Une utilisation du treillis par navigation dans le graphe à partir du concept minimal permet d'envisager de générer le treillis à la demande, c'est-à-dire seulement les concepts nécessaires pendant la navigation. Nous avons implémenté un algorithme de génération à la demande (Bertet *et al.*, 2007) qui permet de réduire considérablement le coût de génération du treillis tout en garantissant un parcours du graphe et des taux de reconnaissance identiques.

### 3.2. *Classification*

Les nouveaux symboles sont classés en utilisant le diagramme de Hasse du treillis de Galois. La classification est réalisée en utilisant le vecteur de caractéristiques du symbole-requête et en naviguant dans le graphe, à partir du concept minimum  $\perp$  jusqu'à ce qu'un concept final (étiqueté par une classe) soit atteint. A chaque étape de cette navigation, l'intervalle flou le plus proche est sélectionné (par rapport à une distance floue et un critère de choix). Intuitivement, pendant la progression de l'image-requête, la description de l'objet soumis est raffinée, jusqu'à ce qu'il soit considéré comme suffisamment similaire à un ensemble d'objets appartenant à un même concept



terminal. Quand le symbole-requête atteint un concept terminal, la classe associée à celui-ci lui est attribuée.

Plus formellement, à chaque étape, partant d'un concept donné  $(A, B)$ , un de ses successeurs direct  $(A_1, B_1), \dots, (A_m, B_m)$  dans le treillis est sélectionné en validant un (ou plusieurs) intervalle(s) flou(s). Chaque ensemble d'attributs  $B_i$  correspond à un ensemble d'intervalles contenant l'ensemble d'intervalles  $B : B \subset B_i \forall i = \{1, \dots, m\}$ , puisque le concept  $(A_i, B_i)$  est un successeur du concept  $(A, B)$  dans le treillis. Au niveau du concept  $(A, B)$ , tous les intervalles dans l'ensemble d'intervalles  $B$  ont été validés. Nous isolons, pour chaque concept successeur  $(A_i, B_i)$ , l'ensemble d'intervalles  $\tilde{B}_i$  qui sont candidats pour la validation, et qui donc n'ont pas été précédemment validés :

$$\tilde{B}_i = B_i - B$$

Par la suite, nous nommerons  $\tilde{B}$  la famille des ensembles d'intervalles qui sont candidats pour la validation :

$$\tilde{B} = \bigcup_{i=1}^m \tilde{B}_i$$

L'étape élémentaire de navigation consiste à sélectionner un ensemble d'intervalles  $\tilde{B}_i$  parmi la famille des candidats  $\tilde{B}$  qui correspondent le mieux à la signature  $S$  de l'objet requête.

Cette sélection est réalisée grâce à un *critère de choix* défini en utilisant une distance floue  $d(S, \tilde{B}_i)$  entre la signature  $S$  de l'objet requête et les ensembles d'intervalles candidats  $\tilde{B}_i$ . Plusieurs critères de choix sont envisageables, les plus classiques sont les suivants :

1) Choisir  $i$  de telle sorte que la somme des distances entre les signatures  $S$  et les intervalles  $V$  constituant l'ensemble des intervalles  $\tilde{B}_i$  soit minimum. Plus précisément,

$$i = \text{Argmin}_{i=1\dots m} (\sum_{V \in \tilde{B}_i} d(S, V))$$

2) Choisir  $i$  de telle sorte que l'ensemble d'intervalles  $\tilde{B}_i$  contienne le nombre maximum d'intervalles parmi les  $k$  plus proches intervalles de la signature  $S$  (selon la distance floue  $d$ ). Plus formellement,

$$i = \text{Argmax}_{i=1\dots m} |\tilde{B}_i \cap \{V^{(1)}, \dots, V^{(k)}\}|$$

où les  $V^{(j)}$  sont les intervalles de  $\tilde{B}$ , triés par ordre décroissant selon la distance  $d(S, V)$  et  $k$  est un paramètre du critère de choix.

3) Choisir  $i$  de telle sorte que l'ensemble des intervalles  $\tilde{B}_i$  contienne le nombre maximal d'intervalles situés à une distance inférieure à un seuil  $\theta$  de la signature requête  $S$ . Plus formellement,

$$i = \text{Argmax}_{i=1\dots m} |\{V \in \tilde{B}_i \text{ tel que } d(S, V) \leq \theta\}|$$

On peut remarquer que le premier critère, défini globalement sur tous les intervalles contenus dans  $\tilde{B}_i$ , présente le désavantage de « noyer » le bruit. Le second critère repose sur le principe des k-plus proches voisins. On peut également noter que le troisième critère est un cas particulier du second. Tous ces critères sont propres à chaque  $i = 1 \dots m$ , et il est également possible de créer des critères plus sophistiqués afin de combiner les avantages des différentes alternatives. Dans notre cas, nous avons choisi d'utiliser une combinaison de ces critères, qui consiste à :

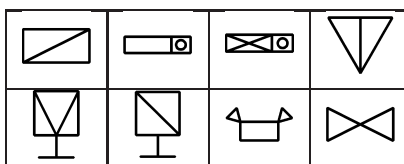
- Appliquer le troisième critère avec  $\theta = 0$ , ce qui revient à définir pour chaque intervalle  $V$  dans  $\tilde{B}_i$ , un nombre flou rectangulaire dont le support est défini par les contours de  $V$ .

- Ensuite, en cas d'ambiguïté, nous appliquons le troisième critère avec  $0 < \theta < 1$ . Le support du nombre flou est étendu aux frontières floues de des intervalles flou  $V$  proportionnellement à leur taille.

- Si l'ambiguïté persiste, nous appliquons le premier critère, qui est équivalent à un nombre flou symétrique avec 0 pour centre (centre, centre de gravité ou médiane) de l'intervalle.

#### 4. Résultats expérimentaux

Nous avons réalisé des tests de classification sur la base d'images de symboles de GREC (2003). Cette base contient un ensemble de 39 classes de symboles électriques à différents niveaux de dégradation. La dégradation est uniquement due à un bruit additif et les symboles sont composés en grande majorité de segments.

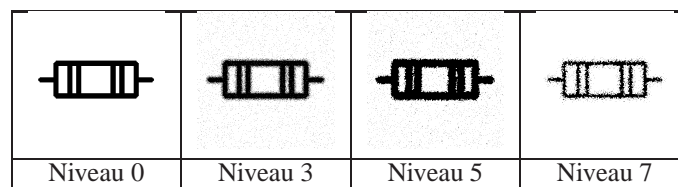


**Figure 7.** Extrait des 19 classes de symboles de la base GREC 2003

##### Expérimentations sur 19 classes de symboles

Notre méthode d'extraction de primitives ne gérant pas les arcs de cercles pour l'instant, nous nous sommes limités aux symboles de la base ne comportant que des segments. Cependant, d'un point de vue méthodologique, tous les éléments développés pourront intégrer d'autres types de primitives, telles que les arcs de cercle. Nous avons donc évalué l'efficacité de l'approche proposée sur des symboles extraits de 19 des 39 classes (l'ensemble des images d'un même symbole constituant une classe, voir Figure 7) et 9 niveaux de détérioration (voir Figure 8). Nous utilisons le symbole original (*ie.* non bruité), plus un symbole par niveau de détérioration (soit en tout 10 symboles par classe) pour l'apprentissage. Pour la reconnaissance,

nous utilisons 9 symboles par niveau de dégradation et par classe (*ie.* 1539 symboles pour 19 classes). Nous utilisons volontairement un faible nombre d'images en apprentissage par rapport à la reconnaissance pour mettre en avant l'aptitude de la méthode à décrire des objets à partir de très peu d'exemples en apprentissage. Deux types de tests ont été réalisés, tout d'abord avec le triplet partiel (cf. section 2.2.2), puis dans un second temps, avec le triplet complet (cf. équation [1] page 4, pour des longueurs de chemins pouvant aller jusqu'à 3 pour les triplets partiels et 2 pour les triplets complets.



**Figure 8.** Différents niveaux de détériorations pour une même classe

Les tableaux 5 et 7 présentent les taux de reconnaissance obtenus respectivement avec les triplets partiels et complets. La première constatation que nous pouvons tirer de ces deux tableaux réside dans l'importance des types de relation dans le triplet. En effet, on peut remarquer que plus de 80% de l'information est apportée par le type de relation lui-même bien que l'ajout d'informations aux relations, qui permettent une description plus précise, augmente les taux de reconnaissance de manière intéressante (augmentation de 5% en moyenne entre les taux avec des triplets partiels par rapport aux triplets complets.

Longueur des chemins	1	2	1 et 2	3	2 et 3	1, 2 et 3
Taux de reconnaissance (rang 1)	70%	70,2%	73,8%	69,9%	67%	68,9%
Taux de reconnaissance (rang n)	86,5%	86,9%	87,9%	86,5%	83,9%	83,6%
Nb caractéristiques	53	206	259	762	968	1021

**Tableau 5.** Résultats expérimentaux en utilisant un triplet partiel

Il faut préciser que les taux de reconnaissance présentés dans les différents tableaux sont séparés en deux catégories. Les taux de reconnaissance au rang 1, qui correspondent aux pourcentages de symboles qui ont été correctement classés dans un concept pur (*ie.* qui ne contient qu'une classe), et les taux de reconnaissance au rang n, qui correspondent aux pourcentages de symboles qui ont été classés dans un concept qui contient au moins la classe du symbole. On pourra noter ici que n est inférieur ou égal à 3 dans tous les cas (le tableau 6 présente le nombre de classe par concept final du treillis) et que plus de 93% des concepts finaux sont purs (*ie.* composés d'une seule classe). Nous pouvons remarquer que les taux de reconnaissance au rang n sont en moyenne (sur les nombres de longueurs de chemins considérés) supérieurs de 15,92% aux taux de reconnaissance au rang 1.

Nb de classe par concept final	Nb de concept finaux	% du nb total de concepts finaux
1	81	93,1%
2	5	5,74%
3	1	1,14%

**Tableau 6.** Répartition des classes dans les 87 concepts finaux du treillis

Ce phénomène est explicable par le fait que notre signature structurelle décrit la structure des symboles et non leurs propriétés radiométriques comme le font les méthodes statistiques. Notre signature fournit donc une description gros grain, moins discriminante que les signatures statistiques. En effet, une étude comparative a montré que la méthode présentée dans Guillas *et al.* (2005) et basée sur l'utilisation conjointe d'une signature statistique et d'un treillis de Galois permet d'obtenir un taux de reconnaissance de 95% sur la même base. Cette étude comparative a également montré la complémentarité entre ces deux signatures puisque parmi les 1,1% d'exemples mal classés en utilisant une signature statistique, 1,04% ont été bien classés par le système basé sur une signature structurelle (16 des 17 symboles mal classés avec la signature statistique sont bien classés avec la signature structurelle). La signature structurelle présentée dans ce papier pourrait donc être avantageusement combinée avec une (ou des) signature(s) statistique(s) dans un système utilisant le treillis de Galois comme classifieur. A noter qu'étant donné les risques d'explosion combinatoire lors de la construction du treillis de Galois, nous envisageons plutôt une fusion précoce (en amont du classifieur), combinée à une méthode de réduction de la dimensionnalité, visant à limiter la taille de la signature et ainsi la complexité de construction du treillis.

Enfin, le tableau 5 montre que l'ajout de l'information concernant les chemins de longueur 3 entraîne une diminution des taux de reconnaissance. En effet, les performances du système utilisant les chemins de longueur 2 et 3 (respectivement 1, 2 et 3) sont inférieures aux performances du système utilisant les chemins de longueur 2 (respectivement 1 et 2). La prise en compte des caractéristiques des chemins de longueur 3, porteurs d'une information redondante avec les chemins de longueur inférieur, augmente la corrélation entre les attributs de la signature, nuisant potentiellement aux taux de reconnaissance (problème de dimensionnalité entre autres). C'est pourquoi avec les triplets complets, (voir Tableau 7) nous nous sommes limités aux chemins de longueur inférieure ou égale à 2.

Longueur des chemins	1	2	1 et 2
Taux de reconnaissance (rang 1)	79%	69,5%	71,5%
Taux de reconnaissance (rang n)	90,4%	85,3%	87,7%
Nb caractéristiques	132	790	922

**Tableau 7.** Résultats expérimentaux en utilisant un triplet complet

Enfin, une dernière série de tests par niveau de dégradation a été réalisée pour montrer la stabilité du taux de reconnaissance face au bruit. Le tableau 8 présente les résultats obtenus sur chaque niveau de dégradation de symbole. On peut remarquer qu'à l'exception des niveaux 5 et 7, tous les taux de reconnaissances se ressemblent. Le cas des niveaux de dégradation 5 et 7 s'expliquent par le caractère destructeur du bruit. En effet, comme présenté dans la figure 8, ces niveaux sont très fortement bruités avec un épaississement des traits, dans le cas du cinquième niveau de dégradation, ou une sur-segmentation des symboles, dans le cas du septième niveau. L'épaississement provoque une sous-segmentation avec le fusionnement des traits proches, tandis que la sur-segmentation se traduit par la suppression de la connexité. Ces défauts, bien que pris en compte au niveau de la transformée de Hough, sont amplifiés lors de la squelettisation, laissant apparaître un nombre très différents de segments à caractériser, et influençant le nombre de chemins dans la description.

Niveau de dégradation	1	2	3	4	5
Taux reconnaissance (rang n)	96,5%	94,7%	93%	90%	80,7%
Niveau de dégradation	6	7	8	9	
Taux reconnaissance (rang n)	91,2%	84,2%	90%	93%	

**Tableau 8.** Résultats expérimentaux par niveau de dégradation en utilisant un triplet complet et les chemins de longueur 1

## 5. Conclusion et Perspectives

Dans cet article, nous proposons une nouvelle signature structurelle dédiée à la reconnaissance de symboles combinée à l'utilisation d'un treillis de Galois comme classifieur. Nous avons choisi d'utiliser une signature structurelle car ce type de signatures est particulièrement adapté aux symboles, qui sont des objets graphiques très structurés, et une méthode de classification basée sur un treillis de Galois pour sa résistance au bruit dans ce contexte applicatif. Les primitives structurelles sont des segments de droite extraits à l'aide d'une transformée de Hough spécialement adaptée. Pour chaque symbole, nous calculons son graphe topologique associé, à partir duquel nous pouvons extraire la signature structurelle de ce symbole en calculant des chemins. Les signatures ainsi calculées sont alors classées en utilisant un classifieur de type treillis de Galois. La méthode proposée présente l'intérêt majeur de décrire les objets à partir de très peu d'exemples en apprentissage, ce qui représente une caractéristique complexe, mais de plus en plus fréquente dans les environnements d'indexation actuels. Les expériences que nous avons réalisées sur la base de données GRECO3 mettent en évidence la robustesse de l'approche proposée face aux différentes variations de bruit. Les signatures structurelles que nous obtenons ne sont pas basées sur la recherche de formes prédéfinies. Bien au contraire, nous caractérisons dynamiquement les formes observées dans notre panel d'images de test, ce qui confère à notre approche une certaine généralité.

Afin d'améliorer cette signature structurelle, nous travaillons actuellement sur l'extraction d'arcs de cercle (comme dans Lamiroy *et al.* (2009)) ou d'ellipses et sur leur intégration dans notre signature structurelle. Nous envisageons également d'évaluer les performances de notre approche non seulement sur des symboles isolés, mais également dans le cadre d'applications à des cas réels, c'est à dire de segmenter les symboles dans leur contexte. Dans ce cadre, la recherche de symboles pourrait être vue comme une recherche de mots visuels dans un document complet où chaque mot serait décrit par la liste des chemins qui le composent. Enfin, la dernière perspective concerne une fusion de classification tardive entre les résultats d'un classifieur statistique et ceux de notre approche. Comme mentionné dans la partie expérimentale, les erreurs respectives des classifieurs (à base de treillis) reposant sur les signatures statistiques d'une part et structurelles d'autres part, sont résolument différentes et complémentaires. Une combinaison simple des ces deux classifieurs laisse présager une augmentation très conséquente des taux de reconnaissance. Nous engageons des travaux très encourageants dans cette perspective.

## 6. Bibliographie

- Adam S., « Interprétation de Documents Techniques : des Outils à leur Intégration dans un Système à Base de Connaissances », *Thèse de Doctorat*, 11 décembre, 2001.
- Barbut M., Monjardet B., *Ordres et classifications : Algèbre et combinatoire*, Hachette, Paris, 1970. 2 tomes.
- Belkasim S., Shridar M., Ahmadi M., « Pattern recognition with moment invariants : a comparative study and new results », *Pattern Recognition*, vol. 24, p. 1117-1138, 1991.
- Bertet K., Guillas S., Ogier J., « Extensions of Bordat's algorithm for attributes », *Fifth International Conference on Concept Lattices and their Applications (CLA'2007)*, Montpellier, France, p. 38-49, October 24-26, 2007.
- Birkhoff G., *Lattice theory*, vol. 25, 3rd edn, American Mathematical Society, 1967.
- Bordat J., « Calcul pratique du treillis de Galois d'une correspondance », *Math. Sci. Hum.*, vol. 96, p. 31-47, 1986.
- Bunke H., « Graph-based Representations in Document Analysis », *Tenth International Conference on Document Analysis and Recognition*, 2009.
- Carpineto C., Romano G., « Galois: An order-theoretic approach to conceptual clustering », *Proceedings of ICML'93*, Amherst, p. 33-40, July, 1993.
- Chein M., « Algorithme de recherche des sous-matrices premières d'une matrice », *Bulletin Mathématique de la Sociologie Scientifique de la R.S. de Roumanie*, 1969.
- Delalandre M., Trupin E., Ogier J., Labiche J., « Contextual System of Symbol Structural Recognition based on an Object-Process Methodology », *Electronic Letters on Computer Vision and Image Analysis*, vol. 5, n° 2, p. 16-29, 2005.
- Deruyver A., Hode Y., Jolion J.-M., « Pyramide Adaptative et Graphe Sémantique : Un processus de segmentation dirigé par la connaissance », *Reconnaissance de Formes et Intelligence Artificielle, RFIA'06*, January, 2006.

- Dosch P., Lladós J., *Vectorial Signatures for Symbol Discrimination*, vol. 3088 of *Lecture Notes in Computer Science*, Springer Berlin / Heidelberg, p. 154-165, 2004.
- El Sayed A., Hacid H., Zighed D., *Mining Complex Data*, LNCS, chapter Using Semantic Distance in a Content-Based Heterogeneous Information Retrieval System, 2006.
- Etemadi A., Schmidt J.-P., Matas G., Illingworth J., Kittler J., « Low-Level Grouping of Straight Line Segments », *British Machine Vision Conference*, 1991.
- Ganter B., « Two basic algorithms in concept analysis », *Technische Hochschule Darmstadt (Preprint 831)*, 1984.
- Ganter B., Wille R., *Formal concept analysis, Mathematical foundations*, Springer Verlag, Berlin, 1999.
- Geibel P., Schädler K., Wysotzki F., « Learning of Class Descriptions from Class Discriminations: A Hybrid Approach for Relational Objects », in M. Jarke, J. Koehler, G. Lake-meyer (eds), *KI 2002: Advances in Artificial Intelligence*, vol. 2479, Springer, LNAI, Berlin, p. 186-204, 2002.
- Geibel P., Wysotzki F., « Learning Relational Concepts With Decision Trees », *ECAI 96. 12th European Conference on Artificial Intelligence*, 1996.
- Godin R., Mineau G., Missaoui R., « Incremental concept formation algorithms based on galois (concept) lattices », *Computational Intelligence*, 1995.
- Godin R., Missaoui R., Alaoui H., « Learning algorithms using a Galois lattice structure », *Third International Conference on Tools for Artificial Intelligence, San Jose, Calif.* p. 22-29, 1991.
- GREC, « [www.cvc.uab.es/grec2003/SymRecContest/index.htm](http://www.cvc.uab.es/grec2003/SymRecContest/index.htm) », 2003. Symbol images database GREC 2003 (Graphics RECOgnition), Last access 09/10/2007.
- Guillas S., Bertet K., Ogier J.-M., « Les treillis de Galois: un outil pour la sélection de primitives ? », *Traitement du Signal (numéro spécial)*, 2005.
- Guillas S., Bertet K., Ogier J.-M., « A Generic Description of the Concept Lattices' Classifier: Application to Symbol Recognition », *Graphics Recognition: Ten Years Review and Future Perspectives - Selected papers from GREC'05*, vol. 3926, p. 47-60, 2006.
- Hotelling H., « Relations between two sets of variates », *Biometrika*, vol. XXVIII, n° 2, p. 321-377, 1936.
- Iqbal Q., Aggarwal J., « Retrieval by Classification of Images Containing Large Manmade Objects Using Perceptual Grouping », *Pattern recognition*, vol. 35, p. 1463-1479, 2002.
- Kuznetsov S., Obiedkov S., « Comparing performance of algorithms for generating concept lattices », *Proceedings of ICCS'01 workshop on CLKDD*, vol. 42, p. 35-47, July, 2001.
- Kuznetsov S., Obiedkov S., « Comparing performance of algorithms for generating concept lattices », *Journal of Experimental and Theoretical Artificial Intelligence*, vol. 14, n° 2-3, p. 189-216, 2002.
- Lamiroy B., Guebbas Y., « Robust Circular Arc Detection », *Eighth IAPR WWorkshop on Graphics RECOgnition*, 2009.
- Lopresti D. P., Wilfong G. T., « A fast technique for comparing graph representations with applications to performance evaluation », *IJDAR*, 2003.
- Luqman M. M., Delalandre M., Brouard T., Ramel J., Lladós J., « Employing fuzzy intervals and loop-based methodology for designing structural signature: an application to symbol recognition », 2009.



- Marinai S., Miotti B., Soda G., « Mathematical Symbol Indexing using Topologically Ordered Clusters of Shape Contexts », *tenth International Conference on Document Analysis and Recognition*, 2009.
- Mephu-Nguifo E., Njiwoua P., « Treillis des concepts et classification supervisée », *Technique et Science Informatiques, RSTI*, vol. 24, n° 4, p. 449-488, 2005. Hermès - Lavoisier, Paris, France.
- Norris E., « An algorithm for computing the maximal rectangles in a binary relation », *Revue Roumaine de Mathématiques Pures et Appliquées*, 1978.
- Nourine L., Raynaud O., « A fast algorithm for building lattices », *Third International Conference on Orders, Algorithms and Applications*, Montpellier, France, august, 1999.
- Raveaux R., Barbu E., Locteau H., Adam S., Héroux P., Trupin E., « A Graph Classification Approach Using a Multi-objective Genetic Algorithm Application to Symbol Recognition », *In Graph-Based Representations in Pattern Recognition, 6th IAPR-TC-15 International Workshop GbRPR 2007, Lecture Notes in Computer Science, Francisco Escolano and Mario Vento Eds., Springer, ISBN: 978-3-540-72902-0*, vol. Vol. 4538, p. pp. 361-370, 2007.
- Rusiñol M., Lladós J., « Symbol Spotting in Technical Drawings Using Vectorial Signatures », *in L. Wenyin, J. Lladós (eds), Graphics Recognition: Ten years Review and Future Perspectives - Selected papers from GREC'05*, vol. 3926, Lecture Notes in Computer Science, p. 35-45, 2006.
- Rusiñol M., Borràs A., Lladós J., « Relational Indexing of Vectorial Primitives for Symbol Spotting in Line-Drawing Images », *Pattern Recognition Letters*, 2009a.
- Rusinol M., Lladós J., Sanchez G., « Symbol spotting in vectorized technical drawings through a lookup table of region strings », *Pattern Analysis And Applications*, 2009b.
- Sánchez G., Lladós J., « Syntactic Models to Represent Perceptually Regular Repetitive Patterns in Graphic Documents », *GREC*, p. 166-175, 2003.
- Stumme G., Taouil R., Bastide Y., Pasquier N., Lakhil L., « Computing iceberg concept lattices with TITANIC », *Data and Knowledge Engineering*, vol. 42, n° 2, p. 189-222, August, 2002.
- Tabbone S., Wendling L., « Adaptation de la transformée de Radon pour la recherche d'objets à niveaux de gris et de couleurs », *Technique et Science Informatique*, vol. 22, n° 9, p. 1041-1068, 2003.
- Tombre K., Lamiroy B., « Graphics Recognition - from Re-engineering to Retrieval », *Proceedings of ICDAR*, 2003.
- Valtchev P., Missaoui R., Lebrun P., « A partition-based approach towards constructing Galois (concept) lattices », *Discrete Mathematics*, vol. 3, n° 256, p. 801-829, 2002.
- Wenyin L., Zhang W., Yan L., « An Interactive Example-Driven Approach to Graphics Recognition in Engineering Drawings », *International Journal on Document Analysis and Recognition (IJ DAR)*, 2006.
- Wille R., « Restructuring lattice theory : an approach based on hierarchies of concepts », *Ordered sets*. 445-470, 1982. I. Rival (ed.), Dordrecht-Boston, Reidel.
- Zuwala D., « Reconnaissance de symboles sans connaissance a priori », *Thèse de doctorat*, 6 novembre, 2006.
- Zuwala D., Tabbone S., « Une méthode de localisation et de reconnaissance de symboles sans connaissance a priori », *in L. Likforman-Sulem (ed.), Neuvième Colloque International*



*Francophone sur l'Écrit et le Document, dans le cadre de la SDN'06*, Fribourg, Suisse, p. 127-131, Septembre, 2006.

Article reçu le 09 septembre 2008

Accepté après révisions le 23 février 2010

**Mickael Coustaty** est doctorant à l'université de La Rochelle. Ses principaux thèmes de recherche portent sur l'analyse et le traitement du signal et des images. Ses travaux de thèses portent sur la reconnaissance d'objets dans les documents anciens bruités et complexes, afin de les décrire et de les indexer.

**Stephanie Guillas** est docteur en informatique de l'université de La Rochelle. Ses principaux thèmes de recherche portent sur la reconnaissance d'objets dans des images documents anciens bruités et complexes, en utilisant des signatures statistiques, structurelles et un treillis de Galois comme classifieur.

**Muriel Visani** est maître de conférences à l'université de La Rochelle. Ses principaux thèmes de recherche portent sur l'analyse d'images et particulièrement la reconnaissance d'objets, qui permet un enrichissement de la description des images pour leur indexation. Ses principaux centres d'intérêt portent sur la conception de nouvelles méthodes statistiques de reconnaissance dans un espace de grandes dimensions et l'évaluation de performances.

**Karell Bertet**

**Jean-Marc Ogier**

**ANNEXE POUR LE SERVICE FABRICATION**  
A FOURNIR PAR LES AUTEURS AVEC UN EXEMPLAIRE PAPIER  
DE LEUR ARTICLE ET LE COPYRIGHT SIGNE PAR COURRIER  
LE FICHER PDF CORRESPONDANT SERA ENVOYE PAR E-MAIL

1. ARTICLE POUR LA REVUE :  
*RTSI. Volume X – n°X/2008*
2. AUTEURS :  
*Mickaël Coustaty — Stéphanie Guillas — Muriel Visani — Karell Bertet  
— Jean-Marc Ogier*
3. TITRE DE L'ARTICLE :  
*Reconnaissance de symboles à partir d'une signature structurelle flexible  
et d'un classifieur de type treillis de Galois*
4. TITRE ABRÉGÉ POUR LE HAUT DE PAGE MOINS DE 40 SIGNES :  
*Reconnaissance de symboles*
5. DATE DE CETTE VERSION :  
*2 mars 2010*
6. COORDONNÉES DES AUTEURS :
  - adresse postale :  
L3I, Université de La Rochelle, av M. Crépeau, 17042 La Rochelle Cedex  
1, France  
<http://www.univ-lr.fr/l3i>
  - téléphone : 05 46 45 87 63
  - télécopie : 05 46 45 82 42
  - e-mail : {mcoustat,sguillas,mvisani,kbertet,jmogier}@univ-lr.fr
7. LOGICIEL UTILISÉ POUR LA PRÉPARATION DE CET ARTICLE :  
L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, avec le fichier de style `article-hermes2.cls`,  
version 1.23 du 17/11/2005.
8. FORMULAIRE DE COPYRIGHT :  
Retourner le formulaire de copyright signé par les auteurs, téléchargé sur :  
<http://www.revuesonline.com>

SERVICE ÉDITORIAL – HERMES-LAVOISIER  
14 rue de Provigny, F-94236 Cachan cedex  
Tél. : 01-47-40-67-67  
E-mail : [revues@lavoisier.fr](mailto:revues@lavoisier.fr)  
Serveur web : <http://www.revuesonline.com>