

Appel à candidature pour contrat de thèse INRAE

Accueil : INRAE, LISC

Approches mathématiques pour la gestion de lacs eutrophes

Début prévu du contrat de thèse : septembre / octobre 2024

Équipe d'accueil

- INRAE, LISC. Le Laboratoire d'Ingénierie pour les Systèmes Complexes (LISC) est rattaché au département Mathématiques et Numérique de l'INRAE (Institut National de Recherche pour l'Agriculture, l'Alimentation et l'Environnement). Le LISC développe des recherches sur la modélisation des systèmes dynamiques et sur l'élaboration de politiques d'action à partir de l'analyse de ces modèles. La gestion durable des systèmes socio-écologiques est un des enjeux majeurs des recherches du laboratoire. Le LISC est basé à Clermont-Ferrand.
- École doctorale des Sciences pour l'Ingénieur, Université Clermont Auvergne, Clermont-Ferrand

Encadrement

Éloïse Comte, Chargée de Recherche en mathématiques appliquées, INRAE Clermont-Ferrand, Laboratoire d'Ingénierie pour les Systèmes Complexes (eloise.comte@inrae.fr)

Catherine Choquet, Professeur des Universités en mathématiques appliquées, Laboratoire Mathématiques, Image et Applications, La Rochelle Université (catherine.choquet@univ-lr.fr).

Résumé de la thèse

Le but de la thèse est de développer des outils numériques d'aide à la gestion de lacs eutrophes.

Une modélisation par équations aux dérivées partielles (EDP) de la dynamique d'un lac eutrophe sera utilisée pour la recherche de nécessaires compromis socio-économiques et écologiques, entre l'apport de nutriments et les dommages causés aux utilisateurs du lac. En préparation à ce travail, la structure du modèle d'EDP et la faisabilité théorique de l'approche ont déjà été validées dans un très récent travail de la responsable scientifique (Choquet and Comte, 2023). La question sera traitée sous l'angle d'un problème de contrôle optimal sous contraintes des dynamiques couplées des nutriments et des cyanobactéries dans les eaux du lac, le contrôle étant la charge entrante de nutriments dans le lac.

L'objectif est d'abord d'enrichir le modèle mathématique pré-cité en introduisant les facteurs importants de l'eutrophisation. On peut penser à des paramètres météorologiques tels que la température ou la couverture nuageuse. Leur importance sera validée et quantifiée à partir de séries temporelles de données satellite via des outils de traitement et d'analyse d'images. Le but est aussi d'observer de potentielles zones spécifiques ciblées par les cyanobactéries et de les relier à la bathymétrie, aux courants entrants, au forcing du vent.

Plusieurs scénarios de gestion réalistes seront proposés et testés numériquement afin de fournir des outils d'aide à la gouvernance aux décideurs de la gestion des lacs.

Programme de recherche :

1) Identification des facteurs importants de l'eutrophisation

Il s'agira d'identifier les facteurs les plus importants de l'eutrophication. Une attention particulière sera portée sur la température et la couverture nuageuse. Le but est d'observer de potentielles zones spécifiques ciblées par les cyanobactéries et de les relier à la bathymétrie et aux courants dans le lac. Cette identification se fera par analyse d'images satellite.

2) Enrichissement du modèle mathématiques en fonction de la phase 1)

Il s'agira d'enrichir le modèle mathématique développé par Éloïse Comte et Catherine Choquet, à savoir un problème de contrôle optimal sous contrainte d'un système d'EDP couplées modélisant les dynamiques des nutriments et des cyanobactéries (voir Choquet and Comte [7]), en prenant en compte les facteurs d'eutrophisation identifiés en phase 1. On s'attend ici à une prise en compte de la température dans le modèle ainsi que des autres facteurs les plus importants.

3) Analyse poussée du modèle d'état

Outre une analyse du caractère bien posé du problème d'état, on attend également une identification des paramètres. Cette dernière se fera notamment pour les termes réactifs (termes de recyclage, de pertes etc...). Pour cela, on pourra se baser sur les motifs (ou patterns) formés par les cyanobactéries et sur la façon dont ils se propagent. On dispose d'une vérité terrain avec les images satellite, ce qui permettra d'avoir un modèle qualitativement exact se rapprochant de la réalité. On pourra se référer à Soullignac et al. [15] pour le calibrage d'un modèle 3D hydrodynamique de lac.

4) Contrôle optimal et simulations numériques

Une analyse théorique et numérique du problème de contrôle optimal sera faite, débouchant sur des simulations numériques (proposées en Python).

Bibliographie

- [1] Al Taki B. Viscosity effect on the degenerate lake equations. *Nonlinear Analysis* 148, 30-60, 2017.
- [2] Auroux D., Blum J. A nudging-based data assimilation method: the back and forth nudging (BFN) algorithm. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 15(2), 305-319, 2008.
- [3] Billen G., Garnier J., Lassaletta L. The nitrogen cascade from agricultural soils to the sea: modelling nitrogen transfers at regional watershed and global scales. *Phil Trans R Soc B368:20130123*, 2013.
- [4] Brock W.A., Xepapadeas A. Diffusion-Induced Instability and Pattern Formation in Infinite Horizon Recursive Optimal Control. *Journal of Economic Dynamics and Control*. 32(9), 2745-278, 2008.
- [5] Caen A., Latour D., Mathias J.-D. Dynamical effects of retention structures on the migration of lake eutrophication. *Environmental Modelling and Software*. 119, 309-326, 2019.
- [6] Carpenter S. R., Ludwig D., Brock W. A. Management of Eutrophication for Lakes Subject to Potentially Irreversible Change. *Ecological Applications*. Vol. 9, No. 3, pp. 751- 771, 1999.
- [7] **Choquet C., Comte É.** Optimal control of lake eutrophication. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 528(2), 2023.
- [8] **Comte É.** Pollution agricole de ressources en eau : approches couplées hydrogéologique et économique. Thèse de Doctorat, 2017.
- [9] Erhel J., Beaudoin A., de Dreuzy J.-R., Pichot G. PARADIS : modélisation stochastique du transport de soluté dans un milieu hétérogène. CANUM 2012. Invited plenary talk.
- [10] Ghil M., Malanotte-Rizzoli P. Data assimilation in meteorology and oceanography. In *Advances in geophysics*, 33, 141-266, Elsevier, 1991.
- [11] Grass D. and Uecker H. Optimal management and spatial patterns in a distributed shallow lake model. *Electron. J. Differ. Equ.* 1-21, 2017.
- [12] Ilampooranan I., Van Meter K.J., Basu N.B. A race against time: Modeling time lags in watershed response. *Water resources Research*, 55, 3941-3959, 2019.
- [13] Meriluoto J., Spoof L., Codd G.A. *Handbook of Cyanobacterial Monitoring and Cyanotoxin Analysis*. John Wiley & Sons, Ltd.: Chichester, West Sussex, UK, 2017.
- [14] Peppas P., Vasilakos C., Kavroudikis D. Eutrophication monitoring for Lake Pamvotis, Greece,

using sentinel-2 Data. International Journal of Geo-Information, 9, 143, 2020.

[15] Soulignac F., Vinçon-Leite B., Lemaire B., Scarati Martins J., Bonhomme C., Dubois P., Mezemate Y., Tchiguirinskaia I., Schertzer D., Tassin B. Performance assessment of a 3D hydrodynamic model using high temporal resolution measurements in a shallow urban lake. Environmental Modeling & Assessment, Springer, 22(4), 2017.

[16] Speelman E., Escano E., Marcos D., Becu N. Serious games and citizen science; from parallel pathways to greater synergies. Current Opinion in Environmental Sustainability, 64, 2023.

[17] Vinçon-Leite B., Casenave C. Modelling eutrophication in lake ecosystems: A review. Science of the Total Environment, 651, 2985-3001, 2019.

Profil du candidat

Formation d'ingénieur / master 2 en mathématiques appliquées.

Compétences en analyse théorique et numérique des EDP, simulations numériques (Python).

Des bases en analyse d'images et/ou en assimilation de données ainsi que des connaissances en théorie du contrôle optimal seraient appréciées.

Contrat de thèse

Contrat doctoral INRAE (36 mois).

Modalités de candidature

Transmettre à Éloïse Comte (eloise.comte@inrae.fr) et Catherine Choquet (catherine.choquet@univ-lr.fr) :

- Un CV et une lettre de motivation.
- La liste des cours suivis en licence et en master ainsi que les relevés de notes.
- Un travail personnel (mémoire, article, projet ...) dans lequel vous démontrez vos compétences scientifiques et rédactionnelles.
- Les noms et coordonnées de deux référents qui pourront être contactés ultérieurement dans la procédure de sélection.

Date limite pour postuler : 30 avril 2024